

УДК 372.853

Горев В.М., Лягушин С.Ф., Соколовський О.Й.

СУЧАСНИЙ МАТЕМАТИЧНИЙ АПАРАТ У КУРСІ ШКІЛЬНОЇ ФІЗИКИ ЯК ЗАСІБ ПІДВИЩЕННЯ КОМПЕТЕНТНОСТІ УЧНІВ

Автори пропонують удосконалення викладу окремих тем за рахунок більш сучасного математичного апарату. Поняття векторного добутку, необхідне в теорії електромагнетизму, робить зайвими деякі штучні правила в цьому розділі та дозволяє значно глибше подати картину обертального руху. Також це створює можливість ознайомлення просунутої аудиторії з рівняннями Максвелла. На основі поняття лінійного простору можна значно ефективніше пояснити школярам сутність квантової теорії та основоположних ідей статистичної фізики.

Ключові слова: математичний апарат, векторний добуток, електромагнітна індукція, сила Ампера, векторне поле, лінійний простір.

Мета нашої статті – дати певні пропозиції щодо змісту шкільної програми та викладу окремих тем на основі більш активного використання доступного для школярів математичного апарату. Виклики, що стоять перед нашою країною, вимагають підготовки кадрів, компетентних у роботі з сучасною технікою. У цьому суспільна функція курсу фізики, і вирішення цієї проблеми має спиратись на вдосконалення математичного апарату, який використовується у фізиці та має бути присутнім у шкільному курсі математики. Автори спираються на великий досвід викладання фізики учням загальноосвітніх шкіл і студентам університету та цікаве спостереження: поширення більш формального мислення серед молоді ламає бар'єри перед використанням досить нетривіальних понять, що давно ввійшли в математику, насамперед для опису фізичних реалій. Зокрема, доцільним є активне застосування векторної алгебри: до скалярного добутку слід додати поняття векторного добутку, необхідного в теорії електромагнетизму. Це спрощує розгляд явищ і позбавляє нас від необхідності застосовувати штучні правила більш ніж столітньої давності. Водночас у механіці воно дозволяє значно поглибити розуміння обертального руху та закону збереження моменту імпульсу. Використання понять скалярного та векторного добутків дає хорошу основу для викладу досить підготовленому контингенту слухачів основ теорії векторного поля, включно з рівняннями Максвелла. Їх інтегральна форма відкриває шлях до знаходження полів у багатьох фізично важливих задачах. Використання векторів у шкільному курсі дозволяє спиратись на поняття лінійного простору та значно ефективніше пояснити школярам сутність квантової теорії та основоположних ідей статистичної фізики (мікростан, макростан). Аналогічно поява основ математичного аналізу в курсі математики робить можливим просте тлумачення багатьох понять механіки та статистичних розподілів.

Довгий час шкільна фізика долала страх перед такою математичною абстракцією, як вектор. Врешті-решт це поняття міцно вкоренилося в школі. Поняття скалярного добутку з'являється в шкільному курсі механіки для навчальних закладів із поглибленим вивченням фізики при розгляді поняття роботи [1]. На наш погляд, це поняття варто подати докладніше і використовувати вже в кінематиці для знаходження проекцій векторів. Утім зараз нас цікавить доцільність запровадження векторного добутку. У [1] зазначається, що при множенні двох векторів можна отримати як скалярну величину, так і векторну, однак далі ця теза не розвивається. Курс шкільної фізики містить декілька фізичних величин, які є векторними добутками. Наприклад, такими величинами є момент сили [2] (7 клас), сила Ампера [3, 4] (9, 11 класи) та сила Лоренця [4] (11 клас). Однак саме поняття векторного добутку чомусь у школі не вводиться. Ми вважаємо, що є сенс запровадити поняття векторного добутку в шкільному курсі фізики, хоча б у програму профільного рівня.

Запровадження такого поняття дає ряд переваг:

1) Воно досить просте та доступне школярам. Школярам 7 класу можна не давати обчислення векторного добутку як визначника, бо воно для них може бути громіздким, проте означення векторного добутку їм уже доцільно давати. Напрямок векторного добутку визначається правилом правого гвинта, яке можна легко пояснити за допомогою правої руки або за стандартними напрямками осей x , y , z право-орієнтованої декартової системи координат. Школярам 9 класу можна давати обчислення векторного добутку як визначника – правило має просту геометричну інтерпретацію та легко запам'ятовується.

2) Досить знати лише одне визначення векторного добутку, щоб опанувати відразу декілька понять із різних розділів фізики. Дитина, яка засвоїла поняття векторного добутку (одне універсальне поняття), легко засвоїть поняття фізичних величин, які є векторними добутками (багато понять). Компетентність учня зростає завдяки наявності своєрідного математичного ключа до аналізу різноманітних фізичних явищ.

3) Запровадження відповідних понять на основі їх базового означення як векторного добутку є більш строгим та **простішим** за штучні "конструкції" шкільної фізики, такі як, наприклад, правило лівої

руки. Введення такого поняття значно збільшує можливості школярів математично обчислити відповідні величини та є дуже зручним для школярів із аналітичним складом розуму. Фізика красива не тим, що можна щось описати словами без математики, а тим, що можна щось наочно математично порахувати.

Розглянемо детально користь від запровадження поняття векторного добутку до шкільної фізики в декількох випадках.

У курсі 7 класу [2] момент сили вводиться як добуток сили на плече, при цьому взагалі не вказується, що момент сили – це вектор. Такий підхід не може бути вірним: момент сили є принципово векторна величина, і діти мають одразу про це знати. Важіль перебуває в рівновазі або обертається зі сталою кутовою швидкістю в разі, якщо векторна сума моментів сил, які діють на важіль, дорівнює нулю. Проте у [2] цей дуже важливий фундаментальний факт відсутній, бо немає означення моменту сили як векторного добутку. Якщо ознайомити семикласників із цим поняттям, отримемо підхід більш строгий, наочний і фундаментальний. На його основі можна вивести, що модуль моменту сили (модуль, а не сам момент сили!) є добуток модуля сили на плече. Не зазубрити без розуміння чому так, а вивести на основі базового означення – це вагома перевага запропонованого введення векторного добутку в курсі 7 класу. Також вельми доречним буде введення до цього курсу понять синуса та косинуса в прямокутному трикутнику – вони легко засвоюються у фізичному контексті. У низці олімпіадних задач зручно користуватись тим фактом, що модуль моменту сили є добутком модулів сили та радіус-вектора і синуса кута між ними, а не визначенням "модуль моменту сили є добуток сили на плече" (приклад – задача №3 для 8 класу обласної олімпіади Дніпропетровської області [5]). Це підтверджує доцільність введення поняття векторного добутку в курс шкільної фізики.

У курсі 9 та 11 класів [3, 4] напрям сила Ампера визначається лише за допомогою так званого "правила лівої руки", яке діти фактично мають зазубрити, а потім крутити рукою біля малюнків. Школярам із аналітичним складом розуму значно простіше щось математично виводити на основі коротко сформульованих фундаментальних базових понять, ніж завчити досить громіздке правило, яке само по собі, безумовно, не є базовим. Учень, який знає, що таке векторний добуток ще з курсу 7 класу, міг би не забивати голову новими правилами і відмінно розв'язувати задачі. Більш того, правило лівої руки незручно застосовувати у випадку, коли провідник не є перпендикулярним до силових ліній магнітного поля. Обчислення векторного добутку як визначника дозволяє відразу знайти і напрям, і величину сили Ампера та записати цей вектор в обраній системі координат.

По-перше, у запропонованому підході напрям і модуль сили Ампера шукається як єдине ціле, а не як два окремих один від одного поняття (у [3] формула для модуля сили Ампера взагалі відсутня). По-друге, вміння математично записати отриману силу Ампера в координатах може бути важливим.

Наприклад, розглянемо відому задачу про кільце та магніт.

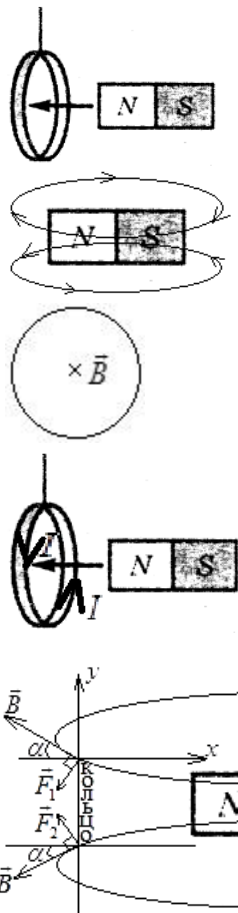
Магніт підносять до кільця. Як поводитиметься кільце? Відштовхуватиметься від магніта, притягатиметься до нього чи стоятиме на місці?

Напрямок силових ліній магнітного поля – див. малюнок. Чим ближче до магніта, тим сильніше магнітне поле. Магніт наближають до кільця – модуль магнітного поля магніта збільшується.

Розглянемо спочатку простий випадок – хай є кільце площею S і перпендикулярне до нього зовнішнє поле \vec{B} (див. малюнок). Виберемо нормаль "від нас", $\vec{n} \uparrow \vec{B}$. Тоді потік цього поля крізь кільце дорівнює $BS \cos 0^\circ = BS$. Якщо зовнішнє поле B збільшувати, зростатиме магнітний потік крізь кільце – у ньому виникне індукційний струм. Магнітне поле, створене цим струмом, має бути напрямленим так, щоб його потік крізь кільце був від'ємним, оскільки зовнішній потік зростає, а індукційний струм має перешкоджати його зміні. Тоді напрямок струму в контурі повинен бути проти годинникової стрілки – він створить поле $\vec{B}_{\text{інд}}$, напрямлене "на нас", його потік крізь контур дорівнюватиме $B_{\text{інд}} S \cos 180^\circ = -B_{\text{інд}} S$ – дійсно від'ємний.

Хоча поле магніта на малюнку поруч не перпендикулярне до кільця, якісно можна провести такі ж міркування, як і в простому випадку, проаналізованому вище. Важливо, що зовнішній (від магніта) потік крізь кільце збільшиться, і на підставі цього факту отримуємо напрямок індукційного струму в кільці (див. малюнок).

Отже, щодо напрямку індукційного струму розібралися. Тепер залишилось якісно оцінити, куди буде спрямована сила Ампера, що діє з боку магніта на кільце зі струмом. На останньому малюнку – вигляд збоку. Хай силові лінії поля магніта складають кут α із нормаллю до кільця. Вісь Oz напрямлена "на нас". У верхній точці кільця струм напрямлено "на нас", а в нижній – "від нас".



На невеликий відрізок кільця довжиною Δl , що знаходиться у верхній точці кільця, діє сила Ампера \vec{F}_1 . Обчислимо її:

$$\vec{F}_1 = I \begin{vmatrix} \vec{e}_x & \vec{e}_y & \vec{e}_z \\ 0 & 0 & \Delta l \\ -B \cos \alpha & B \sin \alpha & 0 \end{vmatrix} = -IB\Delta l \sin \alpha \vec{e}_x - IB\Delta l \cos \alpha \vec{e}_y.$$

На невеликий відрізок кільця довжиною Δl , що знаходиться в нижній точці кільця, діє сила Ампера

$$\vec{F}_2 = I \begin{vmatrix} \vec{e}_x & \vec{e}_y & \vec{e}_z \\ 0 & 0 & -\Delta l \\ -B \cos \alpha & -B \sin \alpha & 0 \end{vmatrix} = -IB\Delta l \sin \alpha \vec{e}_x + IB\Delta l \cos \alpha \vec{e}_y.$$

Обчислені сили зображені на малюнку. Як бачимо, F_{1x} і F_{2x} відповідають за відштовхування кільця від магніта, а F_{1y} і F_{2y} – сили, які стискають кільце. Зауважимо один дуже важливий момент – якщо $\alpha = 0$ (тобто якби магнітне поле магніта було б перпендикулярним до кільця), ми мали б $F_{1x} = F_{2x} = 0$ (оскільки $\sin 0 = 0$) – кільце тільки б стискалося, а відштовхування було б відсутнім!

Відповідь задачі – кільце відштовхується від магніта.

У шкільній фізиці намагаються пояснити факт відштовхування кільця від магніта без математичних обчислень та часто забувають, що кільце буде відштовхуватись від нього лише завдяки ненульовому куту α (див., наприклад, [6]). Учні, яким не дали механізм обчислення векторного добутку як визначника, майже не в змозі побачити цей цікавий та важливий нюанс, бо застосувати правило лівої руки до даної задачі дуже незручно, не кажучи вже про те, що отримані результати в координатах значно наочніші.

У курсі 11 класу [4] окремо визначаються модуль і напрямки сили Лоренця, причому напрямок сили Лоренця вводиться вже за іншим (порівняно з силою Ампера) правилом лівої руки, яке діти теж фактично мають зубрити. Зрозуміло, що куди легше один раз опанувати поняття векторного добутку ще у 7 класі, ніж для кожного окремого випадку вчити своє правило лівої руки! Інші переваги запропонованого підходу порівняно з нині існуючим наведені вище.

Робимо висновок, що запровадження поняття векторного добутку в курс шкільної фізики доцільне вже з 7 класу, хоча б для шкіл із поглибленим вивченням фізики та математики. Це поняття є базовим, фундаментальним та універсальним і досить легко засвоюється. Воно може значно підвищити можливості математичного апарату учнів та описує декілька важливих фізичних понять у різних розділах фізики.

Ключовим для розуміння сучасної фізики є поняття поля. Автори, працюючи зі студентами, зустрічаються з проблемою недостатності знань, винесених із курсів вищої математики, для сприйняття основ польового опису матерії [7]. На наш погляд, перехід до вивчення теорії поля пов'язаний із усвідомленням низки досить простих положень. Якщо об'єкт вивчення "розмазаний" у просторі, його опис потребує завдання відповідних величин у всіх просторово-часових точках. Рівняння, які описують поведінку такого об'єкта, повинні включати похідні характеристик поля (у випадку векторного поля – його компонентів) за просторовими та часовими координатами. У той же час вимога незалежності законів од вибору системи відліку веде до запровадження диференціювання, яке забезпечує правильну поведінку результатів дій при перетвореннях систем відліку, тобто ми повинні отримувати скаляри, вектори і т.д. Це забезпечує векторний диференціальний оператор Максвелла "набла", а його дія на параметри векторного поля визначається саме з використанням понять скалярного та векторного добутку векторів. Як бачимо, прилучення ще в школі до цих понять буде вкрай корисним для сприйняття сучасної фізики. У багатьох випадках зацікавлена аудиторія школярів дозволяє ознайомлення з рівняннями Максвелла. Навряд чи варто навіть у профільній школі викладати університетський курс, але запропоновані для запровадження поняття дозволяють молоді побачити загальну структуру рівнянь, усвідомити локальний характер поля й дізнатись про широкі класи задач із знаходження електромагнітних полів на основі інтегральної форми рівнянь електромагнітного поля. Це виводить учнів на принципово вищий рівень у підході до явищ електрики та магнетизму.

Серед складових математичного апарату сучасної теоретичної фізики важливе місце посідає поняття лінійного простору. Вектори, функції (дійсні та комплексні) утворюють лінійні простори. Цілком доступна математична абстракція дозволяє досить глибоко ознайомити школярів із азами квантової теорії, де фундаментальний позитивний принцип – це принцип суперпозиції. Домінуючий нині еклектичний виклад ідей квантової теорії на прикладі світла, об'єкта релятивістського та статистичного, залишає школярів не готовими до сприйняття поточної інформації про розвиток науки. На місце твердження, що світло – і хвиля, і частинка, має прийти щонайменше дотик учнів до принципів питань і основ математичного апарату сучасної фізики: спосіб опису фізичної системи, її станів і еволюції [8].

Складний в ідейному плані математичний апарат лежить в основі статистичної фізики, причому пояснення базових підходів легше здійснити для квантових систем, бо там слід працювати з дискретною

сукупністю станів і, відповідно, з поняттям ймовірності, а не густини ймовірності. Якщо стани системи утворюють лінійний простір, то можна говорити про мікростан як елемент такого простору і про макростан, що визначається сукупністю ймовірностей окремих мікростанів. Табу на використання математичного аналізу в шкільному курсі трималося десятиліттями. Зараз вища математика прийшла до школи, і визначення низки базових понять у механіці можна звести до слова "похідна". Це, поза сумнівом, великий прогрес, який адекватно відбиває сучасні тенденції розвитку людської свідомості. Зауважимо, що з диференціальним численням легше пояснити і поняття густини ймовірності, необхідне при розгляді класичних систем. Сучасний математичний апарат зробить зрозумілими вже в середній школі розподіли Максвелла та Больцмана, без чого важко уявити людину, яка має справу з технікою та дослідженнями природи нашого часу.

Ми показали, як сміливе використання сучасного математичного апарату робить доступнішими для учнів непрості ідеї сучасної фізики. Подальші педагогічні роздуми повинні зорієнтувати шкільну математику в напрямку викладу речей, потрібних тим, хто створюватиме нову техніку на базі прогресу знань фізики.

Використані джерела

1. Лега Ю.Г., Садовий А.І. Курс фізики. Механіка: Навч. посібник. – К.: Наукова думка, 2010. – 352 с.
2. Фізика : учебник для 7 кл. общеобразоват. учеб. заведений с обучением на рус. яз. / В.Г. Барьяхтар, С.А. Довгий, Ф.Я. Божинова и др. ; под ред. В.Г. Барьяхтара, С.А. Довгого. – Харьков: Изд-во "Ранок", 2015. – 256 с.
3. Фізика. 9 клас: Підручник для загальноосвіт. навч. закладів / Ф.Я. Божинова, М.М. Кірюхін, О.О. Кірюхіна. – Х.: Видавництво "Ранок", 2009. – 224 с.
4. Фізика. 11 клас. Академічний рівень. Профільний рівень: Підручник для загальноосвіт. навч. закладів / В.Г. Бар'яхтар, Ф.Я. Божинова, М.М. Кірюхін, О.О. Кірюхіна. – Х.: Видавництво "Ранок", 2011. – 320 с.
5. Орлянський О.Ю. Готуємось до районних олімпіад з фізики. – Харків: Основа, 2015. – 271 с.
6. Элементарный учебник физики под редакцией академика Г.С. Ландсберга. Том 2, "Электричество и магнетизм". – Москва: Наука, 1969. – 528 с.
7. Лягушин С.Ф., Соколовський О.Й. Математичний апарат у курсі теоретичної фізики // Теорія та методика навчання математики, фізики, інформатики. Зб. наукових праць. – Кривий Ріг: Видавничий відділ НМетАУ. – 2013. – Вип. XI, Т. 2. – С. 145-152.
8. Лягушин С.Ф., Соколовський А.И. Остаточные знания в разделах курса теоретической физики // Национальная ассоциация учёных, Ежемесячный научный журнал, № 5/2014, V Международная научно-практическая конференция "Отечественная наука в эпоху изменений: постулаты прошлого и теории нового времени" (Россия, г. Екатеринбург, 05-06.12.2014).

Gorev V.M., Lyagushyn S.F., Sokolovsky A.I.

MODERN MATHEMATICAL APPARATUS IN THE COURSE OF PHYSICS OF SECONDARY SCHOOL AS MEANS FOR ENHANCING THE COMPETENCE OF PUPILS

The authors, drawing on the experience of teaching physics in secondary school and university, offer improving the school curriculum content and presentation of selected topics through greater using mathematics, available to pupils. The spread of more formal thinking among youth breaks the barrier before using concepts that have entered the mathematics long ago in order to describe physical realities, first of all. In particular, it is expedient to use vector algebra actively: the cross product of vectors needed in the theory of electromagnetism should be added to the concept of dot (scalar) product. This simplifies the consideration of phenomena and makes unnecessary artificial rules put forward more than a century ago. At the same time it allows to understand much deeper picture of the rotary motion and the law of conservation of angular momentum in mechanics. It also creates an opportunity to present the basics of vector field theory and Maxwell's equations to the advanced audience. Their integral form opens the way to electric and magnetic field calculation in many physically important problems. The application of vectors in the school curriculum allows to draw on the concept of linear space and to explain the essence of quantum theory and fundamental ideas of statistical physics (microstate, macrostate) to pupils more efficiently. Similarly appearance on mathematical analysis fundamentals in the program of mathematics gives the possibility of easy interpretation of many notions of mechanics and statistical distributions.

Key words: *mathematical apparatus, cross product of vectors, electromagnetic induction, Ampere force, vector field, linear space.*

Стаття надійшла до редакції 10.05.2017