

УДК 378.147-056.45:53

Кремінський Б. Г.

ЗДОБУТКИ ТА ПРОРАХУНКИ 48 МІЖНАРОДНОЇ УЧНІВСЬКОЇ ОЛІМПІАДИ З ФІЗИКИ

Розглянуто питання участі школярів України у 48 Міжнародній учнівській олімпіаді з фізики. Проаналізовано успіхи та прорахунки проведення змагань. Здійснено порівняльний аналіз результатів, показаних командами різних країн світу. Зроблено висновки щодо перспективних напрямків розвитку олімпіадного руху. Наведено відредаговані тексти задач теоретичного туру змагань.

Ключові слова: Міжнародна учнівська фізична олімпіада, команди країн, учні, результати, переможці, завдання.

48 Міжнародна учнівська фізична олімпіада (далі МФО) проходила у липні 2017 року в індонезійському місті Джок'якарта, розташованому на острові Ява. Традиційно змагання на Міжнародній фізичній олімпіаді проходили у два тури – експериментальний і теоретичний, тривалістю п'ять годин кожний. Експериментальний тур проводився першим, оскільки встановлення обладнання та налаштування приладів вимагає багато часу і здійснювалось переважно ще до відкриття олімпіади. Після завершення експериментального туру і демонтажу обладнання було проведено теоретичний тур. Загалом за виконання двох задач експериментального туру можна отримати до 20 балів. Виконання трьох задач теоретичного туру оцінюється до 30 балів. Тобто в цілому за виконання усіх запропонованих завдань учасник Міжнародної фізичної олімпіади може отримати до 50 балів. Традиційно вичерпне виконання кожної задачі оцінювалось десятьма балами.

За правилами Міжнародної фізичної олімпіади задачі для змагань щороку розробляє та пропонує академічний комітет олімпіади, який утворюється країною, яка проводить Міжнародну олімпіаду. Цей же академічний комітет опікується виготовленням оригінального обладнання та забезпечує приладами і матеріалами учасників змагань.

Завдання 48 Міжнародної учнівської фізичної олімпіади були, як і належить, досить складними, цікавими і пізнавальними. Характерною відмінністю змісту олімпіадних завдань цього року була сучасність їх тематики а також те, що значна їх частина була побудована на матеріалі унікальних природних явищ, які відбуваються в Індонезії в цілому і на острові Ява зокрема. Ці завдання мали практичний характер оскільки описували реальні явища. Інша частина завдань стосувалася поки що недостатньо вивчених, але дуже важливих питань космології, що також зумовило специфіку змісту завдань саме цьогорічної олімпіади, оскільки обрана тематика загалом не є характерною для МФО. Також слід відзначити досить вдалу побудову авторами задач моделей фізичних процесів та явищ, які водночас були зрозумілі школярам. Усе це зумовило безумовну цікавість завдань для учасників олімпіади.

Але, нажаль, великою неприємністю та головною відмінністю МФО 2017 року стала дуже погана організація практично усіх основних заходів олімпіади. Через несвоєчасне забезпечення учасників умовами завдань тури починалися із великим запізненням, що у свою чергу унеможливило проведення запланованих екскурсій. Тексти завдань учасники отримували з численними помилками, а деяким учасникам видавали неповні тексти завдань. Допущені недоліки суттєво ускладнили перевірку робіт та підведення підсумків змагань. Усе внесло певну нервозність у хід перебігу змагань та дещо затьмарило враження від олімпіади в цілому. Водночас спільними зусиллями організаторів, академічного комітету олімпіади, учасників і керівників команд труднощі було подолано, роботи перевірено і олімпіада фінішувала, визначивши переможців.

Золоті медалі олімпіади вибороли ті учасники змагань, хто в сумі отримав більш ніж 28,01 бала. Межа срібних нагород цього року становила 21,30 бала, а щоб отримати бронзову медаль у сумі виконання усіх задач треба було набрати більше ніж 14,70 бала. Почесною грамотою нагороджували учасників, які не завоювали медалей, але набрали більше ніж 11,12 балів.

За результатами 2017 року традиційно лідирують команди азійських країн, що переживають період бурхливого наукового-технічного розвитку. Причому команда Китаю вже протягом третього десятиріччя майже завжди у неофіційному рейтингу команд посідає перше місце. У числі лідерів також знаходяться команди Росії та США. Кращими командами серед представників європейських країн також традиційно є команди Румунії (східна Європа!). Команда України має досить непогані результати, які лише трошки гірші досягнень команди Угорщини і знаходяться на рівні традиційно сильних команд Гонконгу та Великобританії.

До складу команди України входили: Ковальова Вікторія Євгенівна учениця 11 класу Харківського ліцею № 161 "Імпульс" Харківської міської ради Харківської області; Кригін Сергій Анатолійович учень 10 класу комунального закладу "Харківський фізико-математичний ліцей № 27

Харківської міської ради Харківської області"; Совайло Кирило Анатолійович учень 11 класу Технічного ліцею Національного технічного університету України "КПІ" м. Києва; Солецький Роман Миколайович учень 11 класу комунального закладу "Рішельєвський ліцей" Одеської обласної ради; Хасай Олександр Валерійович учень 11 класу комунального закладу "Маріупольський міський ліцей Маріупольської міської ради Донецької області".

За підсумками змагань Роман Солецький та Сергій Кригін завоювали золоті медалі. Вікторія Ковальова виборола срібну медаль, а Олександр Хасай та Кирило Совайло здобули срібні медалі.

Науковим керівником команди був завідувачий кафедрою квантової теорії поля фізичного факультету Київського національного університету імені Тараса Шевченка, професор Станіслав Йосипович Вільчинський, керівником команди був головний науковий співробітник Інституту модернізації змісту освіти Міністерства освіти і науки України Борис Георгійович Кременський.

Офіційно, відповідно до статуту Міжнародної учнівської олімпіади з фізики командне місце кожної держави за результатами змагань не визначається, водночас з метою якісного порівняння досягнень команд різних країн у таблиці 1 ми подаємо командні результати виступів 33 країн світу, командні результати яких на 48 Міжнародній учнівській олімпіаді з фізики 2017 року виявились найкращими (з урахуванням однакових результатів, це 10 перших позицій рейтингу).

За правилами кожного року до складу команд країн входить по п'ять учнів.

Результати виступів кращих команд школярів країн світу на 48 МФО.

Таблиця 1

Місце (рейтинг) країни	Країна, команда якої брала участь у змаганнях МФО 2017 року	Кількість здобутих золотих медалей	Кількість здобутих срібних медалей	Кількість здобутих бронзових медалей	Всього завойовано медалей	Всього нараховано балів *
1-4.	Китай	5	-	-	5	25
1-4.	Південна Корея	5	-	-	5	25
1-4.	Сінгапур	5	-	-	5	25
1-4.	Росія	5	-	-	5	25
5-7.	Індія	4	1	-	5	23
5-7.	Румунія	4	1	-	5	23
5-7.	В'єтнам	4	1	-	5	23
8-9.	Тайвань	3	2	-	5	21
8-9.	США	3	2	-	5	21
10-13.	Індонезія	2	3	-	5	19
10-13.	Іран	2	3	-	5	19
10-13.	Таїланд	2	3	-	5	19
10-13.	Японія	2	3	-	5	19
14-17.	Бразилія	3	-	2	5	17
14-17.	Угорщина	1	4	-	5	17
14-17.	Ізраїль	1	4	-	5	17
14-17.	Сербія	1	4	-	5	17
18-21.	Гонконг	2	1	2	5	15
18-21.	Великобританія	2	1	2	5	15
18-21.	Казахстан	1	3	1	5	15
18-21.	Україна	2	1	2	5	15
22-23.	Канада	1	1	3	5	11
22-23.	Німеччина	-	3	2	5	11
24-25.	Туреччина	-	3	1	4	10
24-25.	Франція	1	1	2	4	10
26-29.	Білорусь	-	2	3	5	9
26-29.	Монголія	-	2	3	5	9
26-29.	Словаччина	1	-	4	5	9
26-29.	Словенія	1	1	1	3	9
30-33	Колумбія	-	2	2	4	8
30-33	Данія	-	2	2	4	8
30-33	Італія	-	2	2	4	8
30-33	Литва	-	2	2	4	8

* *Нарахування балів здійснювалося таким чином:* золота медаль – 5 балів, срібна – 3 бали, бронзова – 1 бал.

Далі подаємо задачі теоретичного туру 48 Міжнародної учнівської фізичної олімпіади 2017 року.

Задача № 1. Темна матерія

Фріц Цвікі першим вказав на існування темної матерії. Він прийшов до цього висновку, аналізуючи динаміку скупчення галактик Коми. Скупчення (кластер) містить близько тисячі галактик. За допомогою теореми про віріал Цвікі оцінив повну масу скупчення. Для систем, подібних до Сонячної системи, в яких планети обертаються по кругових орбітах навколо Сонця, теорема про віріал стверджує, що кінетична енергія планет визначається потенційною енергією гравітаційної взаємодії. У загальному випадку для системи взаємодіючих частинок, теорема про віріал пов'язує усереднену за часом повну кінетичну енергію системи та усереднену за часом повну потенційну енергію системи.

Досліджуючи швидкості галактик на периферії Кома-кластера, Цвікі прийшов до висновку, що повна маса кластера перевищує масу галактик, що входять до цього кластера і які спостерігаються візуально. Щоб пояснити величини швидкостей галактик на периферії кластера, недостатньо врахувати гравітаційну взаємодію лише зі спостережуваною матерією (тобто видимими галактиками). Це означало, що в кластері міститься ще якась невидима матерія. Якщо врахувати гравітаційну взаємодію з нею, то можна пояснити більші значення спостережуваних швидкостей. Ця невидима матерія і є "темна матерія". Надалі будемо вважати, що маса кожної галактики дорівнює сумі мас видимої матерії і темної матерії цієї галактики. Обидва види матерії рухаються спільно. Вважайте, що темна матерія взаємодіє з видимою тільки гравітаційно.

А. Скупчення галактик

Нехай кластер (скупчення) складається з великого числа N галактик і темної матерії, розподілених однорідно всередині сфери радіуса R . Повна маса кластера (тобто і галактик, що входять в неї, і темної матерії) – M , а середня маса галактики (що складається з видимої і темної матерії) – m .

А.1. Нехай матерія розподілена в кластері однорідно. Знайдіть повну гравітаційну енергію кластера. Відповідь виразіть через M і R . (1,0 бал).

Оскільки Всесвіт розширюється, об'єкти віддаляються від спостерігача на Землі. Вони видаляються зі швидкістю, яка залежить від відстані між спостерігачем і об'єктом. Як правило, реєструють випромінювання лінії атома водню. Частота цієї лінії від джерела, що знаходиться на Землі, дорівнює f_0 . Нехай для кожної i -тої галактики, що віддаляється, на Землі реєструється сигнал частотою f_i , де $i = 1, \dots, N$.

А.2. Визначте середню швидкість скупчення галактик V_{cp} , яке віддаляється від Землі. Виразіть відповідь через f_i ($i = 1, \dots, N$), f_0 і N .

Примітка: Швидкості галактик набагато менші за швидкість світла c . (0,5 бала).

А.3. Припустимо, що швидкості галактик щодо центру кластера ізотропні (усі напрямки рівноправні). Знайдіть середньоквадратичну швидкість v_{rms} галактик щодо центру їх скупчення. Виразіть відповідь через N , f_i ($i = 1, \dots, N$) та f_0 . Визначте середню кінетичну енергію однієї галактики відносно центру кластера. Виразіть відповідь через v_{rms} та m . (1,5 бала).

Щоб визначити повну масу скупчення галактик, можна використати теорему про віріал. Відповідно до неї, для консервативної системи частинок,

$$\langle K \rangle t = -\gamma \langle U \rangle t,$$

де $\langle K \rangle t$ – повна кінетична енергія, усереднена за часом, $\langle U \rangle t$ – повна потенційна енергія, усереднена за часом, а γ – константа.

Цей результат можна отримати, якщо припустити, що в системі взаємодіючих частинок значення координати та імпульсу кожної частки скінченні, а отже скінченна і наступна величина:

$$\Gamma = \sum_i \vec{p}_i \cdot \vec{r}_i.$$

А.4. Усереднення величини $d\Gamma/dt$ за досить великий період часу дорівнює нулю, тобто $\langle d\Gamma/dt \rangle t = 0$. Визначте γ у виразі для теореми про віріал для випадку гравітаційної взаємодії. Вказівка: Спробуйте вирішити задачу, підсумувавши в Γ параметри для невеликого скінченного числа галактик. (1,7 бала).

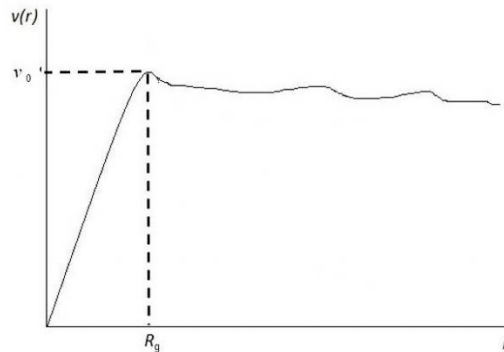
А.5. Використовуючи попередні результати, знайдіть повну масу темної матерії в кластері. Виразіть відповідь через N , m_g , R та v_{rms} , де m_g – середня маса видимої матерії однієї галактики. Вважайте що середньоквадратична швидкість темної матерії збігається зі середньоквадратичної швидкістю галактик в кластері. (0,5 бала).

В. Темна матерія в галактиці

Темна матерія є як всередині галактик, так і навколо них. Розглянемо сферичну галактику видимого радіуса R_g (це приблизна відстань, де ще можна спостерігати досить велике число зірок, при цьому, невелика кількість зірок можуть перебувати на відстанях більших R_g). Зірки (зорі) в галактиках можна вважати точковими частинками з середньою масою m_* . Зірки в галактиці розподілені однорідно. Число зірок в одиниці об'єму дорівнює n . Будемо вважати, що зірки рухаються по колових орбітах.

В.1. Нехай галактика складається тільки з зірок. Знайдіть швидкість зірки $v(r)$, як функцію відстані від зірки до центру галактики. Зобразіть графічно залежність $v(r)$ для $r < R_g$ та $r \geq R_g$. (0,8 балів).

Спостерігається залежність швидкості зірок від відстані r (мал. 1.1), яка також вказує на існування темної матерії. Для простоти будемо вважати, що залежність $v(r)$ лінійна при $r < R_g$ та постійна і дорівнює v_0 при $r > R_g$.



Мал. 1.1. Спостережувана залежність швидкості $v(r)$ зірок від відстані r

В.2. Знайдіть повну масу m_R тієї частини галактики, яка знаходиться всередині сфери радіуса R_g . Виразіть відповідь через v_0 та R_g . (0,5 бала).

Різниця між залежністю на малюнку 1 і графіком, отриманим в пункті В.1 вказує на існування темної матерії.

В.3. Визначте, як залежить густина темної матерії від відстані r . Знайдіть цю залежність для $r < R_g$, $r \geq R_g$. Виразіть відповіді через r , R_g , v_0 , n , m_s . (1,5 бала).

С. Міжзоряний газ і темна матерія

Розглянемо галактику, в якій присутні міжзоряний газ і темна матерія (масою зірок можна знехтувати). Нехай міжзоряний газ складається з однакових часток маси m_p . Концентрація частинок $n(r)$ і температура $T(r)$ газу залежать від відстані r до центру галактики. Будемо вважати, що газ знаходиться в гідростатичній рівновазі: його тиск пов'язаний з гравітаційним притяганням галактики.

С.1 Знайдіть градієнт тиску газу dP/dr . Виразіть відповідь через $m'(r)$, r та $n(r)$, де $m'(r)$ – повна маса газу і темної матерії, що знаходяться всередині сфери радіуса r від центру галактики. (0,5 бала).

С.2 Знайдіть $m'(r)$. Виразіть відповідь через $n(r)$, $T(r)$ та їх похідні по r . Вважайте міжзоряний газ ідеальним. (0,5 бала).

Для простоти припустимо, що температура газу постійна, скрізь однакова, і дорівнює T_0 , а концентрація частинок визначається співвідношенням: $n(r) = \frac{\alpha}{r(\beta + r)^2}$, де α та β – деякі сталі.

С.3 Визначте, як залежить густина темної матерії в галактиці від r . (1,0 бала).

Задача № 2. Вулкани, землетруси і цунамі.

В Індонезії часто відбуваються стихійні лиха: виверження вулканів, землетруси і цунамі.

А. Виверження вулкана Мерапі

Вулкан Мерапі в Джокьякарті – один з найактивніших вулканів на острові Ява. Пірокластичний потік – це розігріта суміш газів і гірських порід, що викидаються вулканом. При виверженні вулкана Мерапі, 26 жовтня 2010 року в 10:02 ранку, попіл викидався на висоту до 12 км (мал. 2.1), а розливи пірокластичних потоків привели до евакуації більш як 20000 осіб.



Мал. 2.1. Хмара вулканічного попелу у час виверження вулкана Мерапі

Розглянемо причини виверження Мерапі в 2010 році. Відомо, що потрапляння води в магму грає важливу роль у вибуховому характері вулканічних викидів. Вулкан – це система, що складається з води і частинок магми. Межі цієї системи – це жерло вулкана і навколишня атмосфера. Вважають, що вибухоподібні виверження відбуваються у два етапи:

- 1) дуже швидка, майже миттєва взаємодія магми і води;
- 2) розширення системи.

На першому етапі магма масою m_m при температурі T_m змішується з водою масою m_w при температурі T_w . Термодинамічна рівновага води і магми встановлюється практично миттєво. Їх взаємодію можна розглядати як процес з практично незмінними об'ємами обох компонент. Втрати теплоти на пароутворення води і затвердіння магми можна знехтувати.

А.1. Виразіть кінцеву температуру суміші води і магми в кінці першого етапу. Питомі теплоємності води c_{vw} та магми c_{vm} . (0,5 бала).

А.2. Знайдіть рівноважне значення тиску суміші в кінці першого етапу виверження. Отриману суміш води та магми можна вважати ідеальним газом. Молярний об'єм отриманої суміші дорівнює v_e . (0,3 бала).

Розширення системи (другий етап) може відбуватися по одному з декількох шляхів, один з яких термічна детонація. Хоча подібний процес дуже складний для опису, емпірично можливо розрахувати швидкість викидається суміші. Швидкість газу під час виверження v_g залежить від його тиску p , маси m та об'єму суміші V в каналі вулкана.

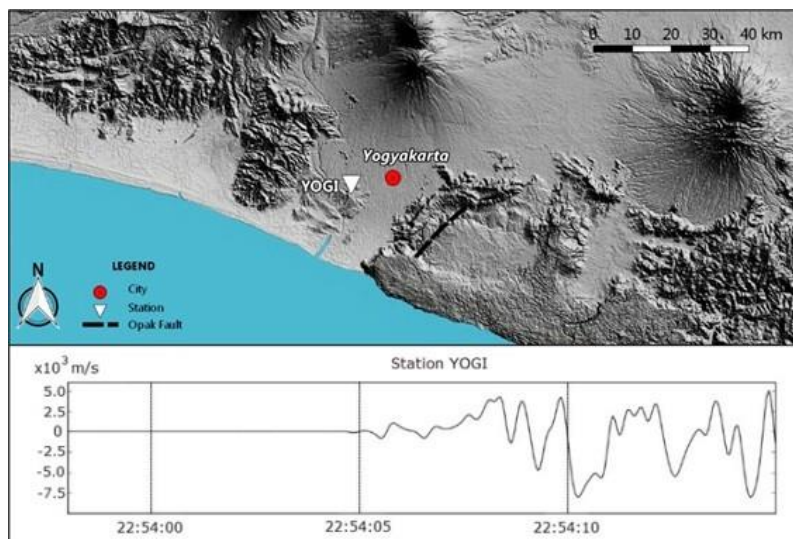
А.3. Виразіть швидкість газу під час виверження v_g через p , m , V з точністю до безрозмірного сталого множника k . (0,5 бала).

Насправді тиск має порядок близько 100 МПа. Це призводить до того, що швидкість виверження може бути порівнянною зі швидкістю кулі.

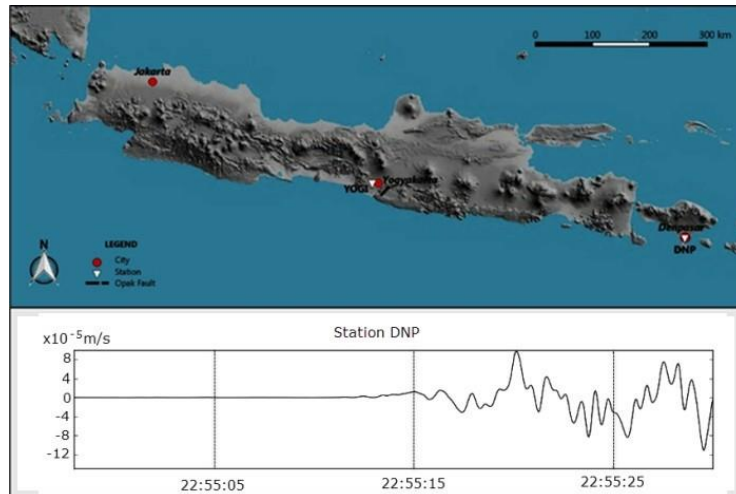
В. Землетрус в Джокьякарті

Землетрус у Джакарті в 2006 році з магнітудою $M_w = 6,4$, відбувся в 05:54:00.00 за місцевим часом або о 22:54:00.00 за UTC (універсальним міжнародним часом). Землетрус було викликано раптовим зміщенням частини сегмента Опак (мал. 2.2). Гіпоцентр (осередок землетрусу) знаходився на 15 км під поверхнею Землі.

Сейсмічна хвиля, яка поширюється по земній корі, може бути записана за допомогою сейсмометра. Сейсмограми є графіками залежності вертикальної швидкості ґрунту від часу. На мал. 2.2 показана сейсмограма, зареєстрована на станції Gamping Yogyakarta (YOGI), а на мал. 2.3 – в Денпасарі (DNP). Сейсмічна хвиля складається з трьох типів хвиль: поздовжня (первинна, Р-хвиля); поперечна (вторинна, S-хвиля); і поверхнева хвиля. Р-хвилі і S-хвилі поширюються всередині Землі, в той час як поверхнева хвиля рухається по поверхні Землі. Сейсмічні хвилі, які розповсюджуються в товщі Землі до сейсмічних станцій, можна розділити на ті, які поширюються по прямій; ті, що відбиваються від межі шарів; і ті, які заломлюються і частково проникають в наступний шар. У поздовжньої (первинної) хвилі найбільша швидкість, в той час, як поверхнева хвиля має найнижчу швидкість, близько 60% від швидкості Р-хвилі.



Мал. 2.2. Розташування станції YOGI і її сейсмограма



Мал. 2.3. Розташування станції DNP і її сейсмограма

Епіцентр – це проекція осередка землетрусу на поверхню Землі. Відстані між епіцентром і станціями YOGI і DNP становлять 22,5 км і 500 км, відповідно. Товщина земної кори на Яві становить 30 км. Під шаром земної кори знаходиться шар мантії Землі. Сейсмічні хвилі також підкоряються закону Снеллиуса, як і інші. Сейсмічні хвилі можуть відбиватися від шару мантії. У цьому завданні кривизною Землі можна знехтувати.

В.1. На мал. 2.2 показана сейсмограма, зареєстрована на станції YOGI. Обчисліть швидкість Р-хвилі в земній корі, використовуючи цю сейсмограму. (0,5 бала).

В.2. Обчисліть час поширення прямий і відбитої Р-хвиль від осередку землетрусу до станції DNP в Денпасарі. (0,6 бала).

Будемо вважати, що Земля складається всього з двох шарів: земної кори і мантії. Первинні хвилі поширюються в корі і в мантії з різними швидкостями. Швидкість в мантії вище, ніж швидкість в корі. Р-хвиля заломлюється так, що кут заломлення в мантії дорівнює 90° . Ця хвиля частково заломлюється назад в кору. Це заломлення може відбуватися на всьому шляху руху вздовж межі кора-мантія.

В.3. Знайдіть швидкість Р-хвилі в мантії. (1,2 бала).

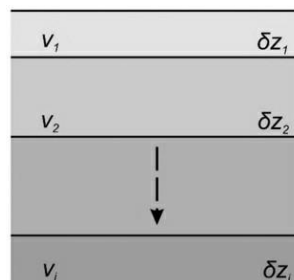
Для більш точного опису структури земної кори її можна розділити на ряд тонких шарів. Швидкість сейсмічної хвилі v залежить від глибини z за законом $v(z) = v_0 + az$, де a – стала. Надалі вважайте, що осередок землетрусу знаходиться на поверхні Землі. У цій моделі промінь хвилі загинається.

В.4. Визначимо параметр наступним чином: $p = (\sin \theta(z)/v(z))$, де $\theta(z)$ – кут між нормаллю до поверхні і променем на глибині z . У точці, де знаходиться станція, у хвилі, що прийшла цей параметр виявився рівним p . Знайдіть відстань від станції до осередку землетрусу через p , v_0 та a . Вважайте, що осередок знаходиться на поверхні Землі. (1,4 бала).

В.5. Виразіть час поширення хвилі T від осередку землетрусу до довільної сейсмічної станції у вигляді інтеграла по z . (1,0 бал).

Нехай Земля складається зі стопки однорідних шарів. Швидкості поширення хвиль усередині цих шарів дорівнюють v_i , товщини цих шарів δz_i .

В.6. Використовуючи результати попереднього пункту, оцініть час поширення хвилі $T(p)$ від осередку до станції DNP в Денпасарі. Вважайте, що земна кора складається з трьох шарів ($i = 1, 2, 3$), з параметрами $v_1 = 6,65$ км/с, $v_2 = 6,97$ км/с, $v_3 = 6,99$ км/с, $p = 0,143$ с/км, $\delta z_1 = 6,0$ км, $\delta z_2 = 9,0$ км, $\delta z_3 = 15$ км. (1,0 бал).

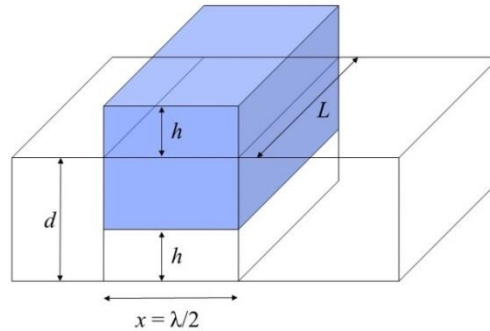


Мал. 2.4. Спрощена модель шарів кори Землі

С. Цунамі на Яві

Цунамі і землетрус Пангандаран стався 17 липня 2006 року в 15:19:27 на узбережжі острова Яви. Під час землетрусу відбувається зміщення поверхні дна океану. Воно призводить до виникнення величезної хвилі, званої цунамі. Цунамі – це хвиля на мілководді, яка при виникненні має малу амплітуду і надзвичайно велику довжину хвилі. Розглянемо просту модель зміщення поверхні дна океану (мал. 2.5).

Припустимо, що енергія землетрусу переходить в потенційну енергію тільки тієї частини океанічної води, яка піднята над рівнем океану. У простій моделі можна вважати, що над рівнем океану утворюється паралелепіпед з площею перетину $\lambda L/2$ (де $L \gg \lambda$) і висотою h .



Мал. 2.5. Ілюстрація хвилі цунамі. Глибина океану – d

С.1. Визначте потенційну енергію води, запасену в утвореному над рівнем океану паралелепіпеді. Густина води ρ . (0,5 бала).

С.2. Знайдіть швидкість поширення хвилі цунамі з точністю до безрозмірного множника. (1,2 бала).

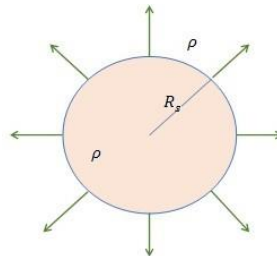
С.3. Використовуючи енергетичний підхід, визначте амплітуду хвилі цунамі як функцію глибини океану. Вважайте, що глибина змінюється повільно. Відомо, що для глибини d_0 амплітуда дорівнює A_0 . (1,3 бала).

Задача № 3. Розширення Всесвіту

Якщо спостерігати з Землі за рухом галактик, то реєстрована довжина хвилі їх випромінювання буде відрізнятися від тієї довжини хвилі, на якій ці галактики випромінюють. Це пояснюється ефектом Доплера. З загальних міркувань можна очікувати, що для одних галактик зсув реєстрованої довжини хвилі буде додатним (червоне зміщення), а для інших від’ємним (синє зміщення). Однак спостереження показують, що для всіх галактик (окрім найближчих) характерне червоне зміщення. Те ж саме повинно вийти, якщо здійснити спостереження з іншої точки Всесвіту. З цього випливає, що Всесвіт розширюється.

На масштабах, що перевищують 100 Мпк (мегапарсек, 1 парсек = 3,26 світлових років) можна знехтувати локальними неоднорідностями Всесвіту. У цьому випадку розподіл галактик стає все більш ізотропним (незалежних від напрямку) і однорідним (незалежних від координати). Тому можна вважати, що густина Всесвіту дорівнює ρ .

А. Розширення Всесвіту



Мал. 3.1

Розглянемо кулю, що знаходиться в сферичному просторі набагато більшого об’єму, і розширюється. Розподіл густини в меншій кулі однорідний і дорівнює густині простору. Нехай в деякий момент часу радіус кулі, що розглядається, дорівнює R_s . Щоб задати залежність радіуса від часу $R(t)$, введемо безрозмірний масштабний параметр $a(t)$, так, що $R(t) = a(t)R_s$.

Для цієї моделі можна отримати рівняння Фрідмана. Перше рівняння вийде, якщо для точкової маси розрахувати швидкість на поверхні кулі, використовуючи закон всесвітнього тяжіння.

$$\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = A_1 \rho(t) - \frac{kc^2}{R_s^2 a^2(t)}, \text{ де } k - \text{ безрозмірна стала, } c - \text{ швидкість світла.}$$

A.1. Знайдіть сталу A_1 в першому рівнянні Фрідмана. (1,3 бала).

Наведені вище міркування зроблені для нерелятивістського випадку. Але їх можна поширити і на релятивістську систему, прийнявши $\rho(t)c^2$, як густину повної енергії (не включаючи гравітаційну потенційну енергію). Якщо в такій релятивістській системі записати перший початок термодинаміки для адиабатичної системи, можна отримати друге рівняння Фрідмана:

$$\rho + A_2 \left(\rho + \left(\frac{p}{c^2}\right)\right) \frac{\dot{a}}{a} = 0, \text{ де } p - \text{ тиск на поверхні кулі.}$$

A.2. Знайдіть сталу A_2 в другому рівнянні Фрідмана. (0,9 бала).

Для розв'язання рівнянь Фрідмана припустимо, що залежність тиску від густини $p = p(\rho)$ записується таким чином: $p(t)/c^2 = w\rho(t)$, де w – стала. Величина H ($H = \dot{a}/a$) називається сталою Хаббла. Значення параметрів в даний момент часу позначаються індексом 0: $t_0, \varepsilon_0, H_0, a_0$ тощо. Для простоти прийемо $a_0 = 1$.

Вважається, що Всесвіт утворився в результаті Великого Вибуху, при якому утворилися релятивістські частинки. У процесі розширення Всесвіт охолоджується, і частки в ньому стають нерелятивістськими. Однак, недавні спостереження показують, що сучасний Всесвіт характеризується сталою густиною енергії. У міру розширення Всесвіту у фотонів довжина хвилі зростає пропорційно масштабному параметру.

A.3. Для кожного з трьох випадків визначте значення w .

- (i) для Всесвіту, в якому присутнє тільки випромінювання (тобто енергія фотонів);
- (ii) для Всесвіту, в якому присутня тільки матерія (нерелятивістська речовина);
- (iii) для Всесвіту в моделі зі сталою густиною енергії. (1,2 бала).

A.4. Приймаючи $k = 0$, знайдіть $a(t)$ для всіх випадків (i), (ii) і (iii) з пункту A.3. Початкові умови: для випадків (i) і (ii) $a(t = 0) = 0$, для випадку (iii) $a_0 = 1$. (1,2 бала).

Стала k в першому рівнянні Фрідмана характеризує тип просторової геометрії Всесвіту. Вона може приймати значення:

- $k = +1$ для Всесвіту додатної кривизни (замкненої, кінцевої),
- $k = 0$ для плоского Всесвіту (відкритого, нескінченного),
- $k = -1$ для Всесвіту від'ємної кривизни (відкритого, нескінченного).

Введемо відносну густину $\Omega = \rho/\rho_c$, де $\rho_c c^2 = H^2/A_1$ і називається критичною густиною енергії. A_1 береться з пункту A.1.

A.5. Виразіть k з першого рівняння Фрідмана через змінні Ω, H, a, R_0 та константи. (0,1 бала).

A.6. Вкажіть, яким діапазонами значень Ω відповідають значення $k = +1, k = 0, k = -1$. (0,3 бала).

В. Фаза інфляції

Спостереження реліктового випромінювання передбачають, що наш Всесвіт практично плоский. Однак, якщо це так, то початковий стан Всесвіту теж мав бути плоским. Інакше будь-яке випадкове відхилення призведе до того, що Всесвіт не буде плоским.

V.1. Знайдіть $(\Omega(t) - 1)$ як функцію часу для стадії домінування випромінювання або для стадії домінування матерії (див. пункт A.3.). (0,5 бала).

На самому початку Всесвіт повинен був знаходитися в фазі постійної густини енергії. У цій фазі розширення відбувається експоненціально, і називається фазою інфляції.

V.2. Знайдіть $(\Omega(t) - 1)$ як функцію часу для цієї фази постійної густини енергії. Вважайте, що $(\Omega(t) - 1) \ll 1$. (0,3 бала).

V.3. За допомогою формул покажіть, що з умови фази інфляції слідує нижчеперелічені твердження: тиск від'ємний; розширення відбувається з позитивним прискоренням ($\dot{a} > 0$); та радіус Хаббла $(aH)^{-1}$ зменшується ($d(aH)^{-1}/dt < 0$). (0,9 бала).

Введемо параметр $\varepsilon = -\dot{H}/H^2$.

V.4. Покажіть, що умова зменшення радіусу Хаббла може побут виражена через параметр ε як $\varepsilon < 1$. (0,2 бала).

Зазначимо, що фаза інфляції триває поки $\varepsilon < 1$, і завершується, коли $\varepsilon = 1$.

Можна ввести параметр N , що $dN = d \ln a = H dt$. Параметр відповідає швидкості експоненціального розширення. Коли фаза інфляції завершилася, $N = 0$.

С. Розширення через однорідно розподілену матерію

Можна навести приклад простої системи, в якій може виникнути фаза інфляції. Наприклад, це Всесвіт, де переважає однорідний розподіл матерії. Поведінка частки цієї матерії описується деякою функцією $\phi(t)$ (можна вважати її аналогією координати). У цій моделі рівняння динаміки для частинок виглядає наступним чином: $\ddot{\phi} + 3H\dot{\phi} = -V'$, де $V = V(\phi)$ – потенційна енергія частки, а $V' = \frac{\partial V}{\partial \phi}$.

У цій моделі для постійної Хаббла справедливе наступне співвідношення: $H^2 = \frac{1}{3M_{pl}^2} \left[\frac{1}{2}\dot{\phi}^2 + V \right]$, де M_{pl} – константа.

Фаза інфляції відбувається, коли потенційна енергія V набагато більше кінетичної енергії $\frac{1}{2}\dot{\phi}^2$. Це відбувається протягом достатнього часу, щоб складовою $\dot{\phi}$ у рівнянні динаміки можна було знехтувати.

Введемо параметр $\eta_V = \delta + \epsilon$, де $\delta = -\frac{\dot{\phi}}{H\phi}$

С.1 Знайдіть параметри ϵ та η_V , а також отримаєте вираз для $dN/d\phi$. Виразіть відповіді через потенціал $V(\phi)$, його першу і другу похідні (V' та V'') та константи. (1,7 балів).

Д. Фаза інфляції з заданим потенціалом

Передбачення будь-якої моделі фази інфляції повинні узгоджуватися з експериментальними даними по вивченню реліктового випромінювання. Для початку фази інфляції ($\phi = \phi_{start}$) розраховані параметри $n_s = 0,968 \pm 0,006$ та $r < 0,12$, де $n_s = 1 + 2\eta_V - 6\epsilon$ та $r = 16\epsilon$ для моделі Всесвіту, де переважає однорідний розподіл матерії.

Будемо вважати, що потенційна енергія задана у явному вигляді: $V(\phi) = A^4 \left(\frac{\phi}{M_{pl}}\right)^n$, де n – ціле число, A – стала.

D.1. Для заданого потенціалу обчисліть ϕ_{end} , коли фаза інфляції завершилася. (0,5 бала).

D.2 Виразіть r та n_s через параметр N та ціле число n . Оцініть значення n , при якому величини r та n_s близькі до спостережуваних значень. При розрахунках вважайте, що $N = 60$. (0,9 бала).

Використані джерела

- List of Winners in 1st – 40th international physics Olympiads / A. Tichy-Rács. – Budapest : BME OMIKK, 2010. – 386 p;
- Кремінський Б. Г. Відображення освітніх тенденцій європейських та азійських країн у матеріалах міжнародних олімпіад з фізики та математики / Б. Г. Кремінський // Дидактичні механізми дієвого формування компетентнісних якостей майбутніх фахівців фізико-технологічних спеціальностей: зб. наук. пр. Кам'янець-Поділ. нац. ун-ту. – Кам'янець-Подільський, 2016. – Вип. 22. – С. 35–39. – (Серія "Педагогічна").

Kreminskyi B.

ACHIEVEMENTS AND MISCALCULATIONS OF THE 48TH INTERNATIONAL STUDENT OLYMPIAD IN PHYSICS

Issues of participation of Ukrainian schoolchildren in the 48th International Student Olympiad in Physics are considered. The successes and failures of the competition are analyzed. A comparative analysis of the results shown by teams from different countries of the world is carried out. Conclusions regarding the perspective directions of the development of the Olympiad movement are made. The edited texts of tasks of the theoretical tour of competitions are given.

The 48th International Student Physical Olympiad (the IPhO) took place in July 2017 in the Indonesian city of Yogyakarta. Traditionally, competitions at the International Physical Olympiad were held in two rounds – experimental and theoretical, with a duration of five hours each.

A distinctive feature of the Olympiad tasks this year was the modernity of their subject matter and the fact that a significant part of them was built on the material of the unique natural phenomena that occur in Indonesia. These tasks were practical because they described the real phenomena. Another part of the tasks concerned very important issues of cosmology. The authors of the task successfully constructed models of physical processes and phenomena, which at the same time were understandable to schoolchildren.

According to the results of 2017, traditionally lead teams from Asian countries, what experiencing a period of rapid scientific and technological development. During the third decade, the command of China has almost always ranked first in the informal ranking of teams. Among the leaders are also Russia and the United States. The best teams from the European countries are Romanian teams. The team of Ukraine has good results, which are at the level of traditionally strong teams of Hong Kong and Great Britain.

Key words: *International student physical Olympiad, teams of countries, pupils, results, winners, tasks.*

Стаття надійшла до редакції 21.05.2018