

Кандидат педагогічних наук, завідувач кафедри
природничо-математичної освіти
Комунального закладу вищої освіти
«Дніпровська академія неперервної освіти»
Дніпропетровської обласної ради,
(м. Дніпро, Україна) E-mail: vadyt.kirman@gmail.com

ТЕОРЕТИКО-ЧИСЛОВА СКЛАДОВА У СТРУКТУРІ ПРОФЕСІЙНОЇ КОМПЕТЕНТНОСТІ ВЧИТЕЛЯ МАТЕМАТИКИ

Мета роботи. Метою статті є визначення теоретико-числової складової в структурі математичної компетентності вчителя математики, її змістового наповнення для стійкої готовності здійснювати професійну діяльність.

Методологія. У представленій роботі переважно застосовувались теоретичні методи дослідження (системний аналіз структури професійної компетентності вчителя математики, порівняльний аналіз змісту навчання та комплексу сучасних математичних знань, теоретичне моделювання послідовності процесів навчання), а також експертне оцінювання важливості володіння питаннями теорії чисел вчителями математики, які працюють в різних умовах.

Наукова новизна. Виходячи з ієрархічної структури математичної компетентності, визначено місце теоретико-числової складової та її зв'язок з іншими складовими математичної компетентності. Теоретично обґрунтовано, що рівень теоретико-числової складової математичної компетентності вчителя математики суттєво впливає на ефективність професійної діяльності вчителя. Запропонована гнучка модель теоретико-числової складової математичної компетентності та рекурентний спосіб формування її рівнів. Гнучкість моделі передбачає можливість різного ступеня вільності на кожному з рівнів. Сформульовано та обґрунтовано вимоги до цілісної системи вмінь вчителя в галузі теорії чисел. Для цього введено в розгляд поняття логіко-дидактичної математичної теорії. На відміну від формальної математичної теорії, логіко-дидактична математична теорія, крім формальних правил виводу, містить ще евристичні стратегії побудов ланцюжків так званих доцільних задач. Високий ступінь вільності на відповідних рівнях дозволяє вчителю ефективно генерувати такі ланцюжки.

Висновки. Практичне застосування даних досліджень може бути актуальним при формуванні програм з алгебри та теорії чисел, методики навчання математики, елементарної математики в педагогічних та класичних університетах та формуванні змісту навчання на курсах підвищення кваліфікації вчителів у системі післядипломної педагогічної освіти. Питання вимірювання рівнів теоретико-числової складової математичної компетентності учителя математики, проведення експериментів по перевірці залежності від неї ефективності діяльності вчителя, побудови концепції розвитку теоретико-числової складової математичної компетентності вчителя математики в системі неперервної освіти – задачі подальших досліджень.

Ключові слова: математична компетентність, педагогічна освіта, післядипломна освіта, теорія чисел, задачі на подільність.

Постановка проблеми. Актуальність роботи. Процес формування математичної компетентності вчителя математики носить поступовий характер. Очевидно, що база її закладається ще у ланці середньої освіти, потім набуває розвитку в системі університетської фахової підготовки. Далі можна спостерігати процес еволюції математичної компетентності вчителя з можливими напрямками регресу та прогресу. Подальша еволюція визначається як стартовим рівнем підготовки викладача, так і умовами його педагогічної діяльності та, відповідно, задачами, які виникають при цьому. Отже, діяльність вчителя математики визначає не тільки необхідний рівень його компетентності, але й її змістове наповнення. Особливу роль в ньому займає класична теорія чисел, з якою у контексті математичної діяльності вчитель зустрічається при пропедевтиці теорії чисел на нестрогому рівні при викладанні математики, при

можливій роботі в класах з поглибленим вивченням математики, при підготовці учнів до математичних олімпіад, виконанні дослідницьких робіт, при роботі з елективними курсами прикладного спрямування. Одним із найважливіших аспектів діяльності учителя є популяризація науки. Теорія чисел, може, один з небагатьох розділів математики, де сучасні досягнення математичної науки та її застосувань є доступними для учнів загальноосвітніх навчальних закладів. Отже, виникає потреба компетентісного аналізу теоретико-числового аспекту математичної діяльності вчителя математики, уточнення структури та змісту математичної компетентності з урахуванням теоретико-числової складової, розробки підходів до вимірювання рівнів математичної компетентності вчителів в галузі теорії чисел. Загалом, майбутні вчителі ознайомлюються з основами теорії чисел в курсах алгебри, алгебри та теорії чисел, теорії чисел, математичного аналізу в класичних та педагогічних університетах, при цьому засвоєння відповідних знань та набуття вмінь носить чисто академічний характер, без зв'язку з майбутньою педагогічною діяльністю. Але після певного педагогічного досвіду вчитель по-новому концентрує увагу на компонентах своєї математичної діяльності, тому виникає задача аналізу та побудови стратегії розвитку математичної компетентності вчителів в галузі теорії чисел у системі неперервної післядипломної педагогічної освіти.

Аналіз останніх досліджень та публікацій. Як на обґрунтовану, можна спиратись на концепцію про те, що підготовка майбутнього вчителя, а потім підвищення його кваліфікації має спиратись на компетентістний підхід [1]. Такий підхід передбачає врахування характеру майбутньої діяльності учителя, серед яких для вчителя математики можна виділяти методичну та математичну діяльності [7]. У ряді досліджень, наприклад [5; 9], обґрунтовується необхідність інтеграції формування математичної та методичної компетентностей вчителя математики. У практиці післядипломної педагогічної освіти такий інтегративний підхід не є таким популярним, але, як відзначено, наприклад, авторами [6] при дослідженні розвитку однієї з важливих компетентностей вчителів природничих дисциплін, післядипломна педагогічна освіта не може залишатися поза основними освітніми тенденціями, зокрема це стосується закладів післядипломної педагогічної освіти, де на розвиток професійної компетентності може впливати як академічний фактор, так і аналіз колективного досвіду вчителів. Ряд авторів [10; 11; 12] приходять до висновку, що теорія чисел є певним індикатором математичної компетентності вчителя, її змістове наповнення для математичної компетентності обґрунтовується в закордонних джерелах [13] для системи вищої та передвищої педагогічної освіти. Водночас питання розвитку теоретико-числових уявлень, знань та вмінь для вчителів, які працюють, практично не досліджується вітчизняними та закордонними авторами.

Метою статті є визначення теоретико-числової складової в структурі математичної компетентності вчителя математики, її змістового наповнення для стійкої готовності здійснювати професійну діяльність. Для виконання мети дослідження розв'язуються такі задачі: аналіз структури математичної компетентності вчителя математики та визначення теоретико-числової складової; конструювання та обґрунтування моделі теоретико-числової складової математичної компетентності вчителя математики, розробка підходів до вимірювання рівнів математичної компетентності в галузі теорії чисел.

Методологія. Переважно застосовувались теоретичні методи дослідження (системний аналіз структури професійної компетентності вчителя математики, порівняльний аналіз змісту навчання та комплексу сучасних математичних знань, теоретичне моделювання послідовності процесів навчання), а також експертне оцінювання важливості володіння питаннями теорії чисел вчителями математики, які працюють в різних умовах.

Наукова новизна. Виходячи з ієрархічної структури математичної компетентності, визначено місце теоретико-числової складової та її зв'язок з іншими складовими математичної компетентності. Теоретично обґрунтовано, що рівень теоретико-числової складової математичної компетентності вчителя математики суттєво впливає на ефективність професійної діяльності вчителя. Запропонована гнучка модель теоретико-числової складової математичної компетентності та рекурентний спосіб формування її рівнів. Гнучкість моделі передбачає можливість різного ступеня вільності на кожному з рівнів. Сформульовано та обґрунтовано вимоги до цілісної системи вмінь учителя в галузі теорії чисел. Для цього введено в розгляд поняття логіко-дидактичної математичної теорії. На відміну від формальної математичної теорії, логіко-дидактична математична теорія, крім формальних правил виводу, містить ще евристичні стратегії побудов ланцюжків так званих доцільних задач. Високий ступінь вільності на відповідних рівнях дозволяє вчителю ефективно генерувати такі ланцюжки. У роботі запропоновано підходи до вимірювання рівнів математичної компетентності в галузі теорії чисел.

Результати дослідження. У нашому дослідженні ми розвиваємо ідеї роботи [8] структуралізації математичної компетентності. Отже, очевидно, що декомпозицію математичної компетентності можна проводити за змістовим принципом. Так можна виділяти алгебраїчну, функціонально-аналітичну, геометричну, стохастичну та інші компетентності. У свою чергу кожна з них знов-таки ділиться за математичним змістом. Отже, утворюється деяка ієрархічна структура компетентностей. Для алгебраїчної компетентності доцільно виділити теоретико-числову підкомпетентність, що відображає здатність та готовність вчителя математики розв'язувати задачі та аналізувати матеріал з теорії чисел. Це

утворення (теоретико-числова підкомпетентність) будемо називати теоретико-числовою складовою математичної компетентності вчителя математики (ТЧС). Рівень ТЧС як підсистеми математичної компетентності визначається характером математичної діяльності вчителя, який у свою чергу визначається педагогічною діяльністю вчителя, майбутньою прогнозованою діяльністю вчителя, потребою в самоосвіті. Для цілей викладання в загальноосвітніх навчальних закладах об'єму [3] абсолютно достатньо, але якщо вчитель планує проводити факультативні заняття прикладного спрямування [2], займатися дослідницькою роботою з учнями чи готувати їх до олімпіад високого рівня, то необхідна ще додаткова інформація. Абсолютно очевидно, що рівень та змістове наповнення ТЧС учителя, який працює в класах з поглибленим вивченням математики, має бути абсолютно іншими, ніж у вчителя, який працює лише з гуманітарними профільними класами і не планує іншого.

При аналізі ТЧС вчителя ми виділяємо теоретичний та операційний компоненти. Теоретичний компонент відповідає за обізнаність формулювань та доведень основних тверджень та ключових задач, операційний – за вміння розв'язувати теоретико-числові задачі. Ми виходимо з гіпотези корельованості теоретичних та операційних компонентів, яка підтверджується багатьма нашими спостереженнями. Це є також специфічна властивість теоретико-числової складової. Другим фактором є висока корельованість між рівнем ТЧС та інтегрованим рівнем математичної компетентності. Дійсно, за своїм змістом теорія чисел включає не тільки чисто формально-алгебраїчні, але й функціональні, комбінаторні, теоретико-множинні, аналітико-геометричні та синтетико-геометричні складові. Характер мисленнєвої діяльності для ТЧС діяльності технічно насичений та містить значну кількість евристичних елементів. На якісному рівні приклади теоретико-числових задач ілюструють високу корельованість ТЧС та інтегрального рівня математичної компетентності.

Урахування рівня ТЧС в залежності від характеру професійної діяльності вчителя приводить до ідеї так званої гнучкої моделі ТЧС. Спочатку опишемо рівні. Для кожного з компонентів ТЧС вводимо декілька рівнів: базовий $P(1)$, початковий $P(2)$, достатній $P(3)$, середній $P(4)$, високий $P(5)$. Користуючись підходом роботи [8], ми будемо описувати рівні ТЧС за рекурентним принципом. Кожен наступний рівень буде включати змістове наповнення попереднього в об'єднанні з так званим спеціальним змістом нового рівня. Якщо ми введемо утворення $C(k)$ – специфічний зміст цього рівня k , то зміст рівня $P(i+1)$ буде включати $P(i)$ та $C(i+1)$.

Опишемо змістове наповнення рівнів. Отже, $P(1)$ (базовий рівень) включає фактично базові емпіричні уявлення про теорію чисел, означення подільності, основні факти про залишки, найбільший спільний дільник та найменше спільне кратне, ознаки подільності.

Специфічні компоненти наступних рівнів характеризуються так:

$C(2)$ включає вміння обґрунтовувати основні позиції $P(1)$, а також вміння формулювати та доводити основні властивості подільності, теорему про ділення з остачею, теорему Евкліда про прості числа, властивості НСД та НСК та вміння застосовувати відповідні факти;

$C(3)$ включає основні положення арифметики залишків, їх обґрунтування та застосування в класичних ситуаціях, основні схеми розв'язування діофантових рівнянь;

$C(4)$ включає вміння доводити та застосовувати класичні теореми теорії чисел, зокрема теореми Ферма, Ейлера, Вільсона, китайської теореми про залишки тощо;

$C(5)$ передбачає оперування з квадратичними лишками, символами Лежандра, Якобі тощо, основи аналітичної теорії чисел, елементи адитивної комбінаторики, геометричної теорії чисел.

Важливо, щоб вчителі усвідомлювали необхідність оперування на тому чи іншому рівні. Нами проведено опитування 327 вчителів математики, які проходили курси підвищення кваліфікації протягом 2018-2020 років. Кожному з респондентів пропонувалося ознайомитися з відповідним змістовим наповненням рівнів (не тільки ТЧС) та проголосувати (поставити позначку проти відповідного рівня деяких складових математичної компетентності). Позначка ставилася, якщо саме це змістове наповнення є актуальним для математичної діяльності вчителя математики. Отже, голосування формувало оцінку індексу важливості володіння ТЧС на відповідному рівні для генеральної сукупності в цілому (вчителів математики, які працюють в різних умовах), як відсоток тих, хто проголосував за важливість даного рівня до загальної кількості вчителів. Нашу вибірку можна вважати репрезентативною, оскільки курси підвищення кваліфікації проходять всі вчителі і якісний склад слухачів не залежить від року проведення. Отже, наше голосування відображає «експертну інтегровану» думку генеральної сукупності вчителів математики. Результати опитування наведено в таблиці 1.

Таблиця 1

Експертне оцінювання індексу важливості володіння ТЧС

Рівень ТЧС	Базовий	Початковий	Достатній	Середній	Високий
Індекс важливості володіння ТЧС (%)	55,35	22,63	17,13	4,28	0,61

Як ми бачимо, домінуюча частина вчителів не вважають за необхідне володіти ТЧС на 3, 4, 5 рівнях. Бесіди та додаткові анкетування частини вчителів показують, що вони пов'язують ці рівні лише з підготовкою до математичних олімпіад, володіння другим та третім рівнем вважається за необхідним лише для тих, хто працює або планує працювати в класах профільного та поглибленого вивчення математики. На нашу думку, така позиція є помилковою. Математична діяльність вчителя математики пов'язана, але не має повторювати чи копіювати його безпосередню педагогічну діяльність. Далі значне зменшення індексу для другого рівня, як правило, пояснюється нехтуванням значної кількості вчителів доведенням математичних фактів. Але, як ми зазначили вище, для ТЧС теоретична та операційна складові сильно пов'язані між собою. Важливо також зрозуміти, що теоретико-числові ідеї присутні в інших розділах елементарної математики в прихованому вигляді, наприклад в тригонометрії, де сама ідея тригонометричного кола повторює ідеї арифметики залишків та багато технічних теоретико-числових прийомів виникають безпосередньо при розв'язуванні тригонометричних рівнянь, нерівностей та їх систем.

Для здійснення дидактичних цілей вчителю необхідно вміти будувати різні схеми обґрунтувань математичних тверджень. Для теорії чисел можна вести розмову про три рівні аргументації: експериментальний, формально-наочний, формально-пропедевтичний. Застосування другого рівня в шкільній практиці не завжди використовується. Необхідне пояснення можна ввести для третього рівня аргументації. Там доведення будуються так, що можуть бути узагальнені на інші математичні структури, наприклад Евклідові кільця. Наведемо простий приклад – теорему про ділення з остачею. У шкільному курсі не при поглибленому вивченні математики учні з відповідним фактом зустрічаються емпірично в молодших класах, а потім з відповідним аналогом для многочленів з однією змінною. Усвідомлення доведення є дуже важливим для вчителя, бо теорема про ділення з остачею не працює вже для многочленів з декількома змінними.

Формально-наочне доведення теореми про ділення з остачею має такий достатньо відомий вигляд. На числовій прямій позначаються, наприклад, червоним кольором усі точки, що відповідають числам, кратним дільнику. Далі зазначається, що ділене потрапить у якийсь інтервал між зафарбованими точками або в одну з зафарбованих точок. Далі визначається відстань між діленим та найближчою зафарбованою точкою, що не перевищує ділене. З цього робиться висновок про наявність подання діленого та його єдність.

При переході до формального доведення ілюстративну частину можна замінити побудовою алгоритму ділення (його ускладнення можна застосувати для многочленів). Доведення єдності легко проводиться від супротивного, відповідні міркування єдності також легко переносяться на многочлени з однією змінною, якщо працювати в нерівностях із степенем многочлена.

Підводячи підсумки, ми бачимо, що для здійснення вчителем педагогічної діяльності для нього стає необхідним бачення вибору та конструювання обґрунтувань на відповідному рівні, а для цього необхідно, в свою чергу розвинуте математичне мислення та вміння переходити з одного рівня обґрунтувань на інший. Треба також зрозуміти, що в шкільному курсі не викладається формальна теорія чисел, але можуть розглядатися достатньо серйозні математичні теоретико-числові задачі, тому формулювання та обґрунтування важливих тверджень може проходити лише з використанням методу доцільних задач. Отже, для вчителя постає задача не тільки розуміння відповідного математичного факту, а й побудови відповідного ланцюжка доцільних задач. Ми пропонуємо ввести в розгляд поняття логіко-дидактичної математичної теорії, що містить, крім основних параметрів математичної теорії (аксіоматику та звичайні правила виводу), ще й набори евристичних прийомів побудови ланцюжків доцільних задач. Саме вільність у володінні відповідної теоретико-числової логіко-математичної теорії й формує готовність вчителя до відповідної педагогічної діяльності. Ми можемо зараз виділити три таких евристики: числовий експеримент, спрощення (зниження розмірності), часткові випадки. Більш тривіальний приклад – ознаки подільності. Спочатку експеримент, далі розгляд на числах з малою кількістю знаків тощо. Користування такими евристичними, очевидно, носить чисто навчальний характер і можливе лише за умов розуміння формально-логічних схем доведення.

Опишемо наші підходи до проблеми вимірювання рівнів ТЧС. Для кожного рівня фіксується типова популяція характеристичних для даного рівня задач. Говорячи про компетентність конкретного вчителя математики, можна оперувати поняттям «ступінь вільності» [8]. Тут ми розуміємо ступінь вільності для конкретного рівня як успішність розв'язування задач з популяції даного рівня. Основною властивістю ступеня вільності C є її очевидна монотонність, тобто те, що $C(P(m+1))$ не перевищує $C(P(m))$.

Для конкретної числової характеристики $C(P(m))$ будемо розглядати індикатор рівня як ймовірність розв'язати навмання обрану задачу з даної популяції [4]. Для проведення реального вимірювання необхідно побудувати репрезентативну вибірку з популяції задач. Нами проведено вимірювання для першого рівня $P(1)$. Запропонована вибірка включала задачі: 1) знаходження залишку від ділення натурального числа на натуральне; 2) знаходження залишку при діленні від'ємного цілого числа на натуральне; 3) знаходження залишку при діленні на 9 числа, записаного в десятковому записі; 4) визначення набору цифр, відсутніх у записі натурального числа, за умов, що воно ділиться на задане

число; 5) знаходження кількості натуральних чисел, складених із заданих цифр за умовою подільності на задане число; 6) знаходження кількості дільників натурального числа; 7) знаходження суми натуральних дільників даного числа; 8) використання парності алгебраїчної суми; 9) перевірка простоти числа; 10) знаходження НСД та НСК чисел. Розподіл значень індикатора для першого рівня відображено на діаграмі (Рис. 1).

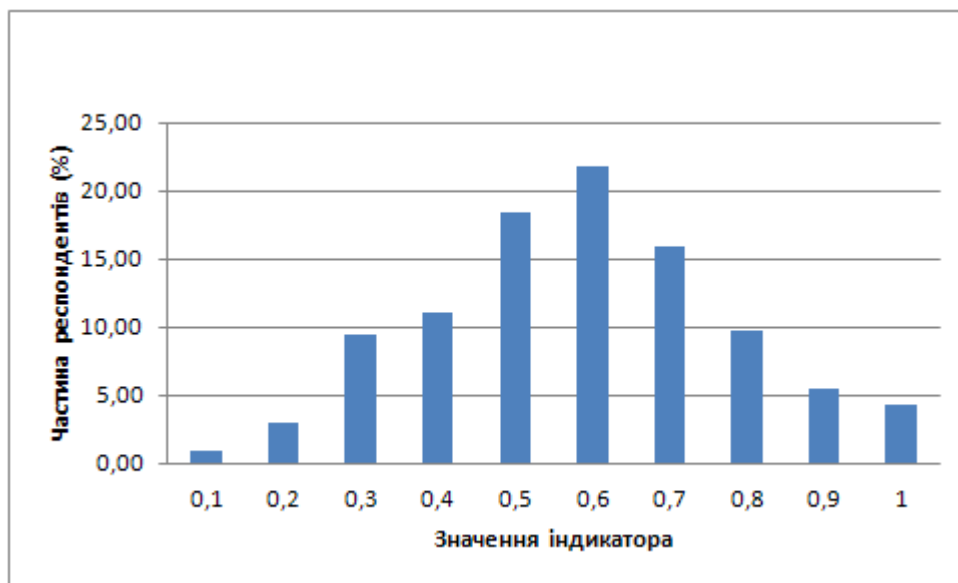


Рис. 1. Розподіл значення індикатора рівня $P(1)$

Простий аналіз наведеної діаграми показує моду 0,6, більш детальне спілкування пояснює проблеми при розв'язуванні задач рівня $P(1)$ недостатнім володінням базовим теоретичним матеріалом, технічними навичками. Цікаво, наприклад, що значна кількість респондентів робить тривіальні помилки при визначенні остачі саме через поверхневе формулювання теореми про ділення з остачею. Формальне знання ознак подільності без розуміння будь-якої аргументації не дозволило ряду респондентів дати правильну відповідь остачі для числа, записаного у десятковій системі числення. Недостатні технічні алгебраїчні та комбінаторні навички стали причиною невдач у знаходженні кількості та суми числа дільників. Отже, для вчителів нестача математичної культури приводить до помилок вже на рівні $P(1)$, що може неякісно відобразитися в процесі викладацької діяльності вже у 5-6 класах загальноосвітніх навчальних закладів.

Висновки. Теоретико-числова складова, як ми побачили, є невід'ємною частиною математичної компетентності вчителя математики. Незважаючи на те, що шкільна програма майже не містить теоретико-числового матеріалу, володіння теорією чисел є принципово важливим для вчителя математики, що значна кількість учителів-практиків не усвідомлює в повній мірі. Теоретичний та операційні компоненти теоретико-числової складової тісно пов'язані між собою та визначають один одного. Ця специфіка теорії чисел породжує певні вимоги до володіння вчителем елементів теорії чисел, яка полягає в особливій важливості вмінь добору доцільних задач. Ця педагогічна діяльність чітко визначається відповідною складовою математичної компетентності вчителя.

Теоретико-числова складова дозволяє структурувати на основі рекурентного принципу. Відповідна структура породжує ідею вимірювання рівнів теоретико-числової компетентності. Апробація технологій вимірювання демонструє наявність певних проблем математичної компетентності вчителів, які пов'язані з домінуванням досвіду лише простих обчислювальних задач та нехтуванням аналізу ключових понять та ідей теорії чисел. Останнє мотивує на оновлення програм курсової перепідготовки при підвищенні кваліфікації вчителів математики. Загалом, практичне застосування даних досліджень може бути актуальним при формуванні програм з алгебри та теорії чисел, методики навчання математики, елементарної математики в педагогічних та класичних університетах та формуванні змісту навчання на курсах підвищення кваліфікації вчителів у системі післядипломної педагогічної освіти.

Подальші дослідження можуть торкатися розробки ефективних методичних систем розвитку теоретико-числових уявлень, знань та вмінь у системі неперервної післядипломної педагогічної освіти, формування критеріїв для експертного оцінювання при формуванні популяцій задач та дизайну вибірок, експериментальної апробації системи моніторингу теоретико-числової складової математичної компетентності вчителів математики, розробці науково-теоретичних основ популяризації математичних знань у галузі теорії чисел.

References

1. Акуленко І. А. Компетентісно орієнтована методична підготовка майбутнього вчителя математики профільної школи (теоретичний аспект): монографія. Черкаси: Видавець Чабаненко Ю., 2013. 460 с.
Akulenko, I. A. (2013). *Kompetentisno oriientovana metodychna pidhotovka maibutnoho vchytelia matematyky profilnoi shkoly (teoretychnyi aspekt): monohrafiia* [Competence-oriented methodological training of the future maths teacher in a profession-oriented school (theoretical aspect): monography]. Cherkasy, Ukraine: Vydavets Chabanenko Yu.
2. Акуленко І. А., Красношлик Н. О., Лещенко Ю. Ю. Міжпредметні курси за вибором у навчальному процесі основної школи. *Science and education a new dimension. Pedagogy and Psychology*. 2015. № 30. С. 54-58.
Akulenko, I. A., Krasnoslyk, N. O., Leshchenko, Yu. Iu. (2015). *Mizhpredmetni kursy za vyborom u navchalnomu protsesi osnovnoi shkoly* [Cross-curricular elective courses while learning process in a secondary comprehensive school]. *Science and education a new dimension. Pedagogy and Psychology*, 30, 54-58.
3. Алфутова Н. Б., Устинов А. В. Алгебра и теория чисел. Сборник задач для математических школ. Москва: МЦНМО, 2002. 263 с.
Alfutova, N. B., Ustynov, A. V. (2002). *Algebra y teoriia chysel. Sbornyk zadach dlia matematycheskykh shkol* [Algebra and theory of numbers. Problem book for schools with advanced Math learning]. Moskva, Russia: MTsNMO.
4. Кірман В. К. (2017). Векторна модель математичної компетентності вчителя математики та підходи до її ідентифікації. *Актуальні питання природничо-математичної освіти*. 2017. № 10. С. 94-101.
Kirman, V. K. (2017). *Vektorna model matematychnoi kompetentnosti vchytelia matematyky ta pidkhody do yii identyfikatsii* [Vector model of mathematical competence of math teacher and approaches to its identification]. *Aktualni pytannia pryrodnycho-matematychnoi osvity – Topical issues of natural and mathematical education*, 10, 94-101.
5. Кузьмінській, А. І., Тарасенкова Н. А., Акуленко І. А. Наукові засади методичної підготовки майбутнього вчителя математики: монографія. Черкаси: Вид. від ЧНУ імені. Б. Хмельницького, 2009. 320 с.
Kuzminskii, A. I., Tarasenkova, N. A., Akulenko, I. A. (2009). *Naukovi zasady metodychnoi pidhotovky maibutnoho vchytelia matematyky: monohrafiia* [Scientific principles of methodical preparation of the future math teacher]. Cherkasy, Ukraine.
6. Скиба Ю. А., Кочерга Є. В. Реалізація педагогічних умов розвитку здоров'язбережувальної компетентності вчителів хімії в закладах післядипломної освіти. *Вісник післядипломної освіти. Серія «Педагогічні науки»*. 2020. № 11. С. 170-182.
Skyba, Yu. A., Kocherha, Ye. V. (2020). *Realizatsiia pedahohichnykh umov rozvytku zdorovia-zberezhuvalnoi kompetentnosti vchyteliv khimii v zakladakh pisljadiplomnoi osvity* [Implementation of pedagogical conditions for developing chemistry teachers' health care competence in postgraduate educational institutions]. *Visnyk pisljadiplomnoi osvity. Seriiia «Pedahohichni nauky» – Bulletin of postgraduate education. Series «Pedagogical Sciences»*, 11, 170-182.
7. Тарасенкова Н. А. Дидактична аналітика як основа професійного тренінгу для вчителів математики. *Science and education a new dimension*. 2018. № 63. С. 54-58.
Tarasenkova, N. A. (2018). *Dydaktychna analityka yak osnova profesiinoho treninhu dlia vchyteliv matematyky* [Didactic analytics as a basis for professional training for maths teachers]. *Science and education a new dimension*, 63, 54-58.
8. Тарасенкова Н. А., Кірман В. К. Зміст і структура математичної компетентності учнів загальноосвітніх навчальних закладів. *Математика в школі*. 2008. № 6. С. 3-9.
Tarasenkova, N. A., Kirman, V. K. (2008). *Zmist i struktura matematychnoi kompetentnosti uchniv zahalnoosvitnikh navchalnykh zakladiv* [Contents and structure of pupils' mathematical competence in secondary schools]. *Matematyka v shkoli – Math at school*, 6, 3-9.
9. Чашечнікова О. С., Колесник С. А. Інноваційні підходи до майбутньої підготовки вчителя математики. *Педагогічні науки: теорія, історія, інноваційні технології*. 2014. № 8. С. 262-269.
Chashechnikova, O. S., Kolesnyk, S. A. (2014). *Innovatsiini pidkhody do maibutnoi pidhotovky vchytelia matematyky* [Innovative approaches to the future training of math teachers]. *Pedahohichni nauky: teoriia, istoriia, innovatsiini tekhnolohii – Pedagogical sciences: theory, history, innovative technologies*, 8, 262-269.
10. Abramovich, S., Brouwer, P. Revealing hidden mathematics curriculum to pre-teachers using technology: the case of partitions. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*. 2003. № 1. P. 81–94.
Abramovich, S., Brouwer, P. (2003). *Revealing hidden mathematics curriculum to pre-teachers using technology: the case of partitions*. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 34(1), 81–94.

11. Barbeau, E. J. Number theory in mathematics education: Perspectives and prospects. *Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology Education*. 2007. № 2-3. P. 263-269.
Barbeau, E. J. (2007). Number theory in mathematics education: Perspectives and prospects. *Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology Education*, 7:2-3, 263-269.
12. Pee, C. T., Yew, H. L., Tin, L. T., Jaguthsing, D., Khiok, S. Q., Eng, G. T. & Foo H. H. The problem-solving approach in the teaching of number theory. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*. 2014. № 2. P. 241-255.
Pee, C. T., Yew, H. L., Tin, L. T., Jaguthsing, D., Khiok, S. Q., Eng, G. T. & Foo H. H. (2014). The problem-solving approach in the teaching of number theory. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 45:2, 241-255.
13. Poranen, J., Haukkanen P. (2012). Didactic number theory and group theory for school teacher. *Open Mathematical Education Notes*, 2012. № 2. P. 23-37. URL: http://www.imvibl.org/omen/omen_2012_23_37.pdf
Poranen, J., Haukkanen, P. (2012). Didactic number theory and group theory for school teacher. *Open Mathematical Education Notes*, 2, 23-37. Retrieved from: http://www.imvibl.org/omen/omen_2012_23_37.pdf

Kirman V.

ORCID 0000-0002-8107-6618

Ph.D. in Pedagogical Science,
Head of the Department of mathematics and natural sciences,
Communal Institution of Higher Education
«Dnipro Academy of Continuing Education»
of Dnipropetrovsk Regional Council
(Dnipro, Ukraine) E-mail: vadym.kirman@gmail.com

THE NUMBER-THEORETICAL COMPONENT IN THE STRUCTURE OF MATH TEACHER'S PROFESSIONAL COMPETENCE

Article's purpose. *The purpose of this article is to determine the number-theoretical component in the structure of the Math teacher's mathematical competence, to fill its contents for a consistent readiness to carry out professional activities.*

Methodology. *The presented work mainly included theoretical research methods (system analysis of the structure of the Math teacher's professional competence, a comparative analysis of the contents of education and a complex of modern mathematics, theoretical modeling of learning process sequence) as well as expert assessment of the importance of mastering number theory issues by Math teachers working in different conditions.*

Scientific novelty. *Based on the hierarchical structure of mathematical competence, we determine the place of the number-theoretical component and its coherence with other components of mathematical competence. It is theoretically substantiated that the level of the number-theoretical component of the Math teacher's mathematical competence significantly affects the effectiveness of the teacher's professional activity. A flexible model of the number-theoretical component of mathematical competence and a recursive method of forming its levels are proposed. The flexibility of the model provides for the possibility of various degrees of skills at each level. The requirements for a holistic system of teacher skills relating to the theory of numbers are formed and substantiated. For this reason we introduced the concept of logical-didactic mathematical theory which contains formal inference rules as well as heuristic strategies for constructing chains of so-called expedient problems by contrast with formal mathematical theory. A high degree of skills at appropriate levels allows the teacher to effectively generate such chains.*

Conclusions. *The practical use of this research may be relevant while forming courses programs in algebra and theory of numbers, the methodology of teaching mathematics, elementary mathematics in pedagogical and classical universities, as well as forming the contents of teacher advanced training courses in postgraduate teacher education. The issues of measuring the levels of the number-theoretical component of the Math teacher's mathematical competence, conducting experiments to test the effectiveness of the Math teacher's activities depending on it, building a concept for developing number-theoretical component of the Math teacher's mathematical competence while continuing education are the tasks of further research.*

Keywords: *mathematical competence, teacher education, postgraduate education, theory of numbers, divisibility problems.*

Стаття надійшла до редакції 03.05.2020

Рецензент: доктор педагогічних наук, професор **І. В. Лов'янова**